Compito di Meccanica dei Fluidi, 9 aprile 2024 **Fila A**

1 foglio aiuti ammesso

Es. 1. Un blocco di materiale poroso di bassa densità viene pesato in aria a 20 °C e 100 kPa (la costante dell'aria, trattata come gas perfetto, è R = 0.287 kJ/(kg K)). La bilancia indica una massa di 22.9 g. Il volume del blocco è pari a 6.1 l. Qual è la densità del materiale?

La densità non è

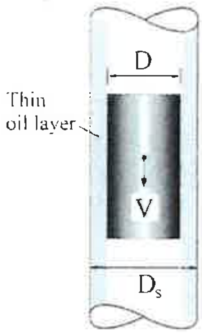
$$\rho_m = \frac{0.0229}{6.1\times10^{-3}} = 3.75\ kg/m^3,$$

ma: $W = F_{Arch} + F_{bilancia}$

$$\rho_{materiale} = \frac{m_{bilancia}}{V} + \rho_{aria},$$

$$\rho_{aria} = \frac{100}{0.287 \times 293} = 1.19\ \frac{kg}{m^3} \mapsto \rho_{mat} = 4.94\ kg/m^3$$

Es. 2. Un cilindro di alluminio del peso di 30 N, lunghezza L = 40 cm e diametro D = 6 cm cade attraverso un lungo tubo il cui diametro interno è D_s = 6.04 cm, mantenendosi coassiale con esso. L'interstizio tra cilindro e tubo è riempito con olio di viscosità μ = 0.860 Pa s. Si calcoli la velocità *terminale* di caduta del cilindro (cioè quando finisce la fase di accelerazione).



$$\sum F_{verticali} = 0$$

$$\tau A = W$$

$$\mu \frac{V}{\Delta r}(\pi D L) = W$$

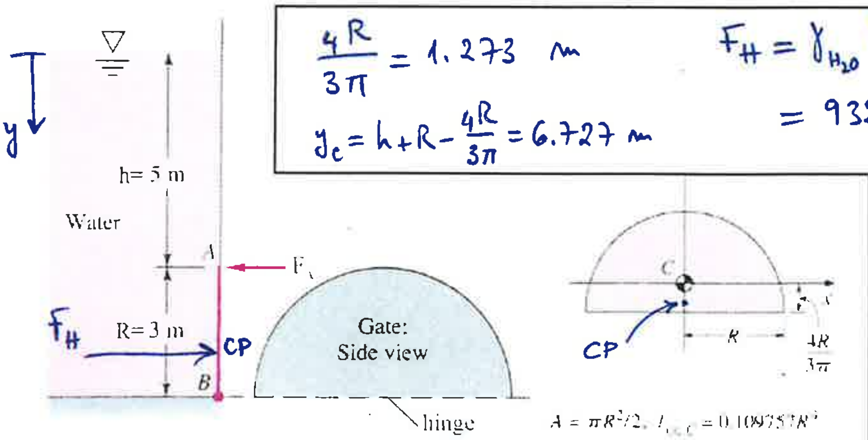
$$\hookrightarrow V = 0.0925\ \frac{m}{s}$$

V

Δr

$\Delta r = 0.2$ mm

Es. 3. Si consideri dell'acqua dentro un serbatoio con una paratia semicircolare AB, incernierata sul lato in B. Quanto vale la forza orizzontale F_A (si veda la figura) necessaria a mantenere chiusa la paratia?



$$\frac{4R}{3\pi} = 1.273\ m$$

$$y_c = h + R - \frac{4R}{3\pi} = 6.727\ m$$

$$F_H = \gamma_{H_2O}\, h_{cg} A = \gamma_{H_2O}\left[h + \left(R - \frac{4R}{3\pi}\right)\right]\frac{\pi R^2}{2} =$$

$$= 932\,900\ N$$

$$y_{cp} = y_c + \frac{I_{xx,c}}{y_c A} = 6.820\ m$$

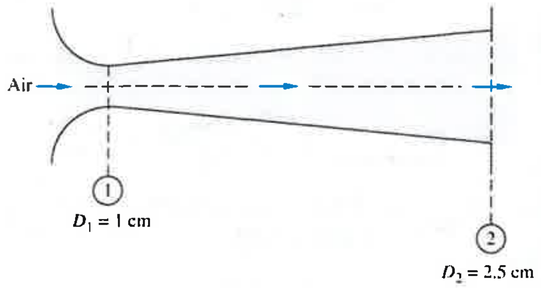
Momenti rispetto a B:

$$F_A R = F_H \underbrace{\left(\cancel{y_c} - \frac{I_{xx,c}}{y_c A}\right)}_{braccio}$$

$$F_A = \frac{932\,900\,(1.273 - 0.0935)}{3} = 366\,800\ N = 367\ kN$$

NOTA: per moto comprimibile Bernoulli (se $z = cost.$) si scrive: $\int \frac{dp}{\rho} + \frac{V^2}{2} = cost$

Es. 4. Un ugello supersonico espande ed accelera aria secca a velocità supersonica all'uscita in 2, dove la pressione assoluta vale p_2 = 8,0 kPa e T_2 = - 33 °C. Alla gola dell'ugello (sezione 1) la pressione assoluta vale p_1 = 284 kPa e T_1 = 392 °C, con $V_{avg\,1}$ = 517 m/s. Nell'ipotesi di moto stazionario di un gas perfetto (di costante pari a R = 287 J/(kg K)) si valutino (1) la portata in massa che attraversa l'ugello, (2) la velocità di uscita $V_{avg\,2}$, e (3) i numeri di Mach alla gola e all'uscita dell'ugello. Nota: il rapporto tra calori specifici per l'aria vale k = 1.40.



$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = 1.488 \frac{kg}{m^3}$ $\quad \rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} = 0.1161 \frac{kg}{m^3}$

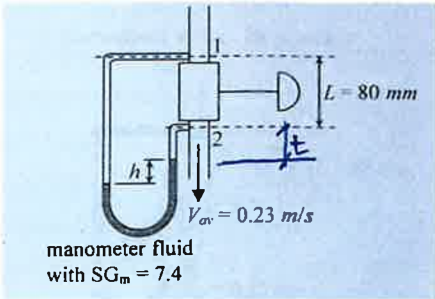
$\dot m_1 = \dot m_2$ $\quad \dot m_1 = \rho_1 V_1 A_1 = 1.488 \cdot 517 \cdot \frac{\pi (0.01)^2}{4} = 0.0604 \frac{kg}{s}$

$\rightarrow V_2 = \frac{\dot m_1}{\rho_2 A_2} = 1060 \frac{m}{s}$

$c_1 = \sqrt{kRT_1} = 517$ m/s $\longrightarrow Ma_1 = \frac{V_1}{c_1} = 1$

$c_2 = \sqrt{kRT_2} = 311$ m/s $\longrightarrow Ma_2 = \frac{V_2}{c_2} = 3.41$

Es. 5. Una valvola è collegata ad un condotto verticale di diametro pari a 25 mm. Nel condotto scorre acqua e la valvola è aperta, La lettura del manometro differenziale è h = 4 mm. Con i dati di figura, di calcoli la portata volumetrica di acqua nel condotto. Si calcoli poi la perdita di carico h_L (in metri) e la caduta di pressione corrispondente (in Pascal), sempre per valvola completamente aperta. Si valuti infine la differenza di pressione ($p_1 - p_2$).



$\dot V = V_{av} A = V_{av} \frac{\pi D^2}{4} = 1.129 \times 10^{-4} \frac{m^3}{s} = 0.1129 \frac{l}{s}$ $\quad V_1 = V_2$ (dalla conservaz. della massa)

$\frac{p_1}{\gamma_{H_2O}} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma_{H_2O}} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \longrightarrow h_L = \frac{p_1 - p_2}{\gamma_{H_2O}} + L = 0.0256\ m \mapsto \Delta p_L = \gamma_{H_2O} h_L = 251.1\ Pa$

Eq. per il manometro: $p_1 + \gamma_{H_2O}(L + \cancel{t} + h) = p_2 + \cancel{\gamma_{H_2O}} t + \gamma_m h \rightarrow p_1 - p_2 = -\gamma_{H_2O} L + (\gamma_m - \gamma_{H_2O}) h = -533.6\ Pa$

Es. 6. Il campo di velocità euleriano di un moto bidimensionale è **v** = (-2 k_1 x y) **i** + ($k_2 y^2$- $k_3 x^2$) **j**, con k_1, k_2, e k_3 delle costanti, e la gravità che agisce lungo z. Il moto nel piano (x, y) è stazionario? Si determini la condizione per la quale il moto risulta incomprimibile. Nell'ipotesi di incomprimibilità e viscosità trascurabile, (1) si calcolino le componenti del campo di accelerazione; (2) si assuma poi che k_3 = 0 e si determini l'equazione delle linee di corrente. Per la linea di corrente che passa per i punti di coordinate $\underbrace{(1, 1)}_{1}$ e $\underbrace{(4, 0.5)}_{2}$ si mostri che la caduta di pressione è $\Delta p = \cancel{3} \rho k_1^2 / \cancel{8}$. $\frac{177}{32} \rho k_1^2$

$\frac{\partial \vec V}{\partial t} = 0 \rightarrow$ moto stazionario; incompr. se $\vec\nabla \cdot \vec V = 0 = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -2 k_1 y + 2 k_2 y$

$\mapsto$ incompr. se $\boxed{k_1 = k_2}$

$a_x = \frac{Du}{Dt} = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = (-2 k_1 x y)(-2 k_1 y) + (k_1 y^2 - k_3 x^2)(-2 k_1 x) = 2 k_1^2 x y^2 + 2 k_1 k_3 x^3$

$a_y = \frac{Dv}{Dt} = (-2 k_1 x y)(-2 k_3 x) + (k_1 y^2 - k_3 x^2)(2 k_1 y) = 2 k_1 k_3 x^2 y + 2 k_1^2 y^3$

$\frac{dx}{-2 k_1 x y} = \frac{dy}{k_1 y^2}$ $\mapsto \frac{1}{2} \ln|x| + \ln|y| = cost$ $\quad \boxed{|x|^{1/2} |y| = cost.}$

per $k_3 = 0$

Bernoulli: $p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)$ con

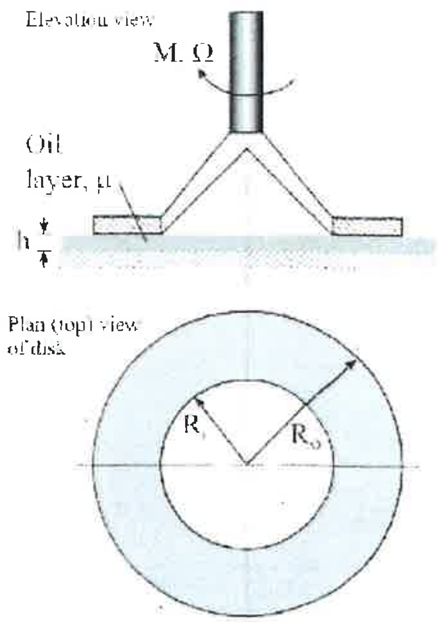
$V^2 = (-2 k_1 x y)^2 + (k_1 y^2)^2 \rightarrow V_1^2 = 5 k_1^2$, $V_2^2 = \frac{257}{16} k_1^2$

$\mapsto (p_1 - p_2) = \frac{177}{32} \rho k_1^2$

Compito di Meccanica dei Fluidi, 9 aprile 2024 **Fila B**

1 foglio aiuti ammesso

Es. 1. Un sottile strato d'olio lubrifica la faccia inferiore di un disco anulare, di raggio interno R_i e raggio esterno R_o. Lo strato d'olio ha spessore h e viscosità dinamica μ. Si derivi l'espressione del momento necessario per far ruotare il disco a velocità angolare costante Ω. Si assuma una variazione lineare della velocità nello strato d'olio tra la superficie fissa e il disco, e si trascuri la resistenza dell'aria sulla faccia superiore del disco.

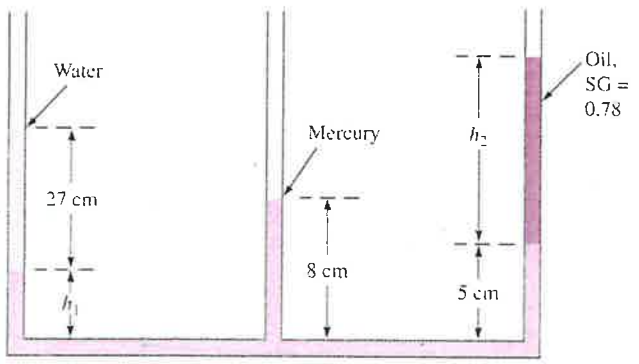


$$M = \int_{R_i}^{R_o} dM = \int_{R_i}^{R_o} r\,\tau\, dA \quad \text{con} \quad dA = 2\pi r\, dr$$

$$\tau = \mu \frac{\Omega r}{h} \to M = \frac{2\pi\mu\Omega}{h}\int_{R_i}^{R_o} r^3\, dr = $$

$$= \frac{\pi\mu\Omega}{2h}\left(R_o^4 - R_i^4\right)$$

Es. 2. Sapendo che $SG_{Hg} = 13.55$, calcolare le altezze h_1 e h_2.



$$\gamma_w(0.27) + \gamma_{Hg} h_1 = \gamma_{Hg}(0.08) =$$

$$= \gamma_{olio} h_2 + \gamma_{Hg}(0.05)$$

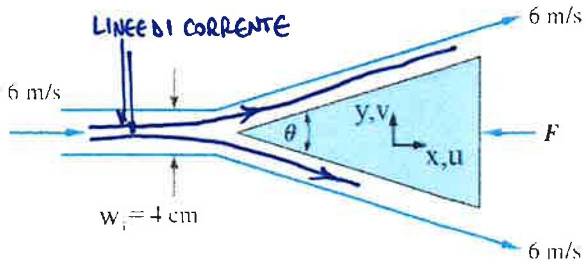
$\gamma_{Hg} = 13.55 \times 9.81 \times 1000 = 132900 \ N/m^3$

$\gamma_w = 998 \times 9.81 = 9790 \ N/m^3$

$\gamma_{olio} = 0.78 \times 9.81 \times 1000 = 7650 \ N/m^3$

$\to h_1 = 0.060 \ m = 6 \ cm; \ h_2 = 0.521 \ m = 52.1 \ cm$

Es. 3. Un getto d'acqua di velocità V = 6 m/s incontra un diedro e si biforca simmetricamente. Sia getto che diedro sono molto lunghi nella direzione ortogonale al foglio, z. Se la forza F che mantiene fermo il diedro è pari a 124 N per ogni metro lungo z, calcolare l'angolo θ. Si trascuri la resistenza viscosa e la gravità, di modo che la velocità media rimane costante sulla faccia del diedro (e si spieghi perché ciò succede).



$$\sum \vec{F} = \sum(\dot m \vec{V})_{out} - \sum(\dot m \vec{V})_{in}$$

Proietto sull'asse orizzontale x: (pressione costante dappertutto)

$$-F = 2 \cdot \frac{\dot m}{2} V \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \dot m V = \dot m V\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1\right)$$

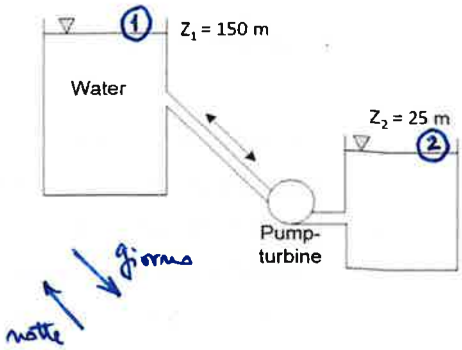
$$\dot m = \rho V_{in} A_{in} = 998 \cdot 6 \cdot (0.04 \cdot 1) = 239,5 \ \frac{kg}{s}$$

$$-124 = 239.5 \cdot 6 \cdot \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1\right] \to \cos\frac{\theta}{2} = 0.9137$$

$$\to \boxed{\theta = 48°}$$

"il getto si biforca simmetricamente", la vel. rimane costante per il teorema di Bernoulli, seguendo due linee di corrente, come in figura.

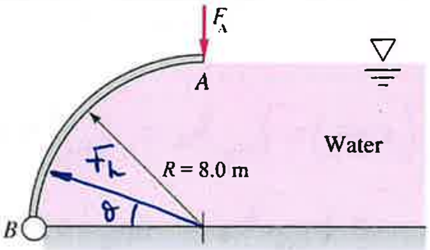
Es. 4. Il sistema pompa-turbina di figura prende acqua dal serbatoio superiore durante il giorno per produrre elettricità per una città, e pompa acqua da un serbatoio posto in basso durante la notte. Per una portata di progetto di 120 m³/min in ambedue le direzioni, la perdita di carico totale è h_L = 15 m. Nell'ipotesi che pompa e turbina (assieme al sistema motore/alternatore) abbiano entrambe un rendimento del 75%, si stimi la potenza elettrica in uscita dall'alternatore e quella richiesta in ingresso dal motore della pompa.



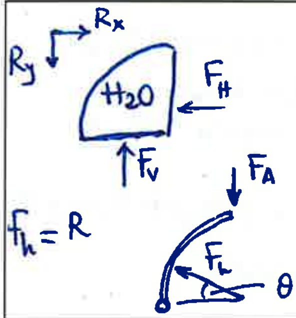
giorno: $\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{turbine} + h_L$ $\quad V_1 \simeq V_2 \simeq 0$, $P_1 = P_2$

$\dot{V} = 2\ \frac{m^3}{s}$; $\quad h_t = (z_1 - z_2) - h_L = 110$ m $\quad \boxed{\dot{W}_{el,t} = \eta\gamma\dot{V}h_t = 0.75 \times 9810 \times 2 \times 110 = 1.62\ \text{MW}}$

notte: $h_{pump} = (z_1 - z_2) + h_L = 140$ m $\quad \boxed{\dot{W}_{el,p} = \frac{\gamma\dot{V}h_p}{\eta} = \frac{9810 \times 2 \times 140}{0.75} = 3.66\ \text{MW}}$



Es. 5. La paratia AB di figura è a forma di quarto di cerchio, ha raggio R = 8 m e profondità w = 10 m. La paratia, di cui si può trascurare il peso, è incernierata in B. Si calcolino ampiezza, linea d'azione e verso della forza idrostatica esercitata dall'acqua sulla paratia, e la forza F_A necessaria per prevenirne l'apertura.



R_x, R_y reazioni della paratia sul blocco di fluido in equilibrio

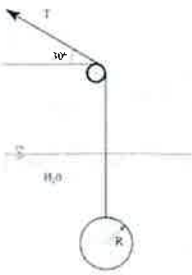
$R_x = F_H = \rho g \frac{R}{2}(R\,w) = 3139.2$ kN $\quad R = (R_x^2 + R_y^2)^{1/2} = 3416.1$ kN

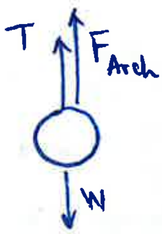
$R_y = F_V - W = \rho g R^2 w - \rho g \frac{\pi R^2}{4} w = 1347.4$ kN $\quad \theta = \text{atan}\frac{1347.4}{3139.2} = 23.2°$

Bilancio momenti:

$F_A R = F_h R \sin\theta \longrightarrow \boxed{F_A = F_h \sin\theta = 1347.4\ \text{kN}}$

Es. 6. Si valuti il modulo della tensione minima T che si deve applicare alla fune, che passa attraverso la carrucola senza attrito di figura, per poter sollevare la sfera di raggio R = 1 m e densità ρ = 2000 kg/m³, immersa in acqua.





$\boxed{T} = W - F_{Arch} = -\rho_{H_2O}\, g\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) + \rho\, g\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) =$

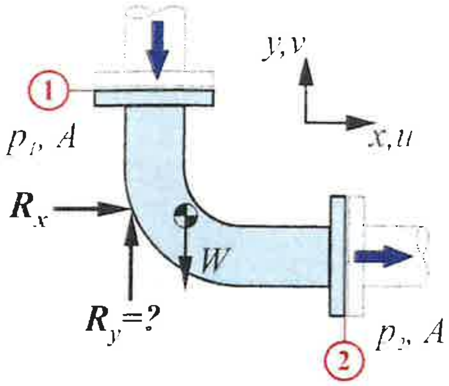
$= (\rho - \rho_{H_2O})\, g\, \frac{4}{3}\pi R^3 =$

$= 1000 \times 9.81\ \frac{4}{3}\pi\ 1 = \boxed{41.1\ \text{kN}}$

Compito di Meccanica dei Fluidi, 9 aprile 2024 **Fila C**

1 foglio aiuti ammesso

Es. 1. Dell'olio scorre in modo stazionario con portata $\dot{m}$ attraverso un gomito a 90°. La sezione del condotto è A. Le pressioni relative in ingresso e uscita del gomito sono p_1 e p_2; il peso del gomito e dell'olio in esso contenuto è pari a W. Si scrivano le espressioni delle forze R_x ed R_y necessarie a non far muovere il gomito.



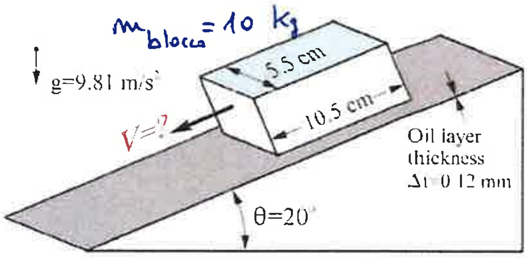
Assumo R_x e R_y concordi con gli assi →

$R_x - P_{2\,gage} A = \dot m V_2$ con $V_1 = \frac{\dot m}{\rho A} = V_2$

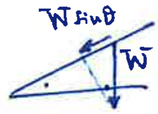
$R_y - P_{1\,gage} A - W = + \dot m V_1$

$$\rightarrow \begin{cases} R_x = P_{2\,gage} A + \dot m V \\ R_y = P_{1\,gage} A + W + \dot m V \end{cases}$$

Es. 2. Il blocco di figura scivola lungo un piano inclinato per effetto del suo peso. La superficie inferiore del blocco è lubrificata da un sottile strato d'olio (μ = 0.874 Pa s) spesso Δt = 0.12 mm. La resistenza opposta dall'aria al moto del blocco è trascurabile paragonata allo sforzo viscoso dell'olio. Si Si calcoli la velocità di discesa del blocco in condizioni stazionarie.

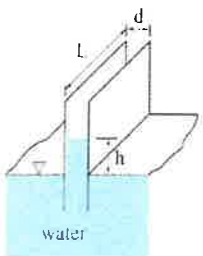


$\tau = \mu \frac{V}{\Delta t} = 0.874 \frac{V}{0.12\times10^{-3}} = 7283.3\ V$ $\qquad A_{contatto} = 10.5\times5.5\times10^{-4} = 5.775\times10^{-3}\ m^2$

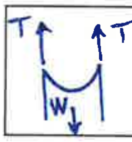


$W\sin\theta = \tau A_{contatto} = 7.283\times5.775\ V = 42.06\ V$ $\rightarrow V = 0.798\ \frac{m}{s}$

$'' mg\sin 20° = 33.55\ N$



Es. 3. Dell'acqua a 60 °C (ρ = 983 kg/m3, σ_s = 0.0662 N/m) risale per capillarità lungo un canale molto sottile (d = 0.5 mm << L). Si calcoli l'altezza di risalita h per un angolo di contatto pari a ϕ = 0°.



$2T = W \rightarrow 2\sigma_s L = W = \rho(hLd)g$

$\rightarrow h = \frac{2\sigma_s}{\rho d g} = 0.0275\ m = 27.5\ mm$

Es. 4. Un moto piano ha componenti di velocità euleriane u = 1 + y, v = x^2. Si mostri che il moto è stazionario e incomprimibile; si scriva poi l'espressione della vorticità, dell'accelerazione e l'equazione delle linee di corrente.

$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \rightarrow$ moto stazionario

$\vec\nabla\cdot\vec V = 0 = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \rightarrow$ incomprimibile

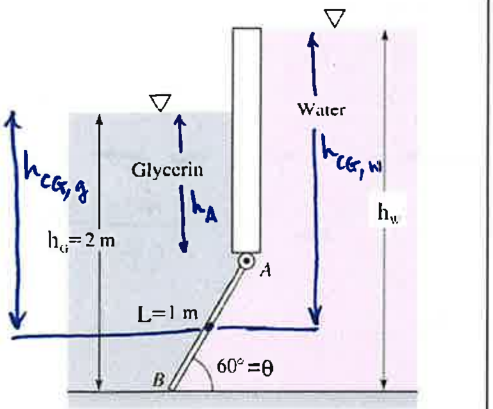
Vorticità solo lungo z : $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 2x - 1$

$a_x = \frac{Du}{Dt} = (1+y)\cancel{\frac{\partial u}{\partial x}} + x^2\frac{\partial u}{\partial y} = x^2$

$a_y = \frac{Dv}{Dt} = (1+y)\frac{\partial v}{\partial x} + x^2\cancel{\frac{\partial v}{\partial y}} = 2x(1+y)$

Linee di corrente: $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \rightarrow x^2 dx = (1+y)dy \rightarrow \boxed{\frac{x^3}{3} = y + \frac{y^2}{2} + cost.}$

Es. 5. La paratia rettangolare piana AB ha una massa m = 180 kg, lunghezza L = 1 m e profondità w = 1.2 m. Con i dati di figura, si valuti il livello dell'acqua h_w che deve essere raggiunto affinché la paratia inizi ad aprirsi. Dati: γ_{H20}= 9 790 N/m^3, $\gamma_{glycerin}$ = 12 360 N/m^3.



Lato glicerina : $h_{CG,g} = h_G - \frac{L}{2} \sin 60° = 1,567$ m

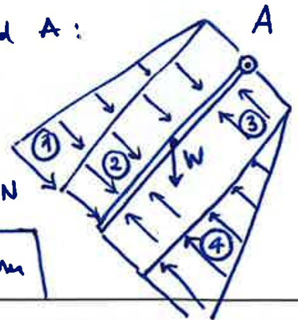
$F_{\text{lato glicerina}} = \gamma_{\text{glicerina}} h_{CG,g} A = 12360 \times 1,567 \times 1.2 = 23242$ N

Lato H_2O : $F_{H_2O} = \gamma_{H_2O} h_{CG,w} A = 9790 \times 1,2 \times h_{CG,w} = 11,748\, h_{CG,w}$

$W_{\text{paratia}} = mg = 180 \times 9.81 = 1766$ N

Bilancio dei momenti rispetto ad A :

$F_1 \frac{2}{3} L + F_2 \frac{L}{2} + W \frac{L}{2} \cos 60° = F_3 \frac{L}{2} + F_4 \frac{2}{3} L$



$h_{A_g} = h_G - L \sin 60° = 1,134$ m

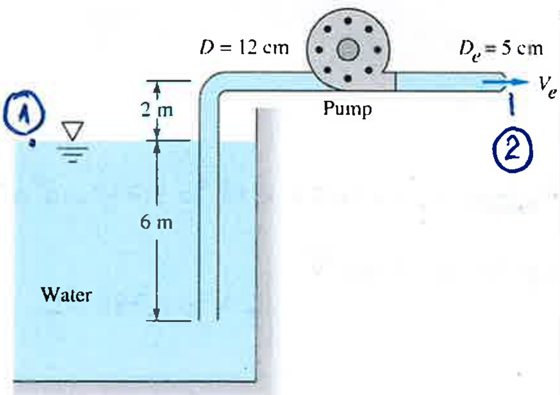
$h_{A_w} = h_w - L \sin 60° = h_w - 0.866$

$F_1 = 6422.3$ N $\quad F_2 = 16819.5$ N

$F_3 = 11748\, h_w - 10174$ N $\quad F_4 = 5086.9$ N

Il bilancio dei momenti fornisce : $14828 = 5874\, h_w \rightarrow \boxed{h_w = 2.52 \text{ m}}$

Es. 6. Una pompa aspira 220 m^3/h d'acqua da un serbatoio e la scarica in atmosfera attraverso un ugello. La perdita di carico totale dal serbatoio al punto di uscita è h_L = 6.5 m. Se la pompa ha un rendimento η = 75%, si calcoli la potenza all'albero della pompa necessaria per spostare la portata d'acqua richiesta.



$$\cancel{\frac{P_1}{\gamma}} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + z_1 + h_{pump} = \cancel{\frac{P_2}{\gamma}} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L$$

$P_1 = P_2 = P_{atm} \rightarrow h_{pump} = \frac{V_2^2}{2g} + (z_2 - z_1) + h_L$

$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = 31.12 \frac{m}{s} \rightarrow h_{pump} = 57.86$ m

$$\boxed{\dot{W}_{shaft}} = \frac{\dot{m}\, g\, h_{pump}}{\eta} = \frac{9810 \, \frac{220}{3600} \, 57.86}{0.75} = \boxed{46.25 \text{ kW}}$$

Es. 7. Si consideri un grosso recipiente cilindrico con del liquido al suo interno (ρ = 1200 kg/m^3) che ruota a 200 giri al minuto attorno al suo asse verticale. In un punto situato a distanza di 2 m dall'asse del cilindro la pressione del liquido è di 10 bar. Si mostri che in un secondo punto a 6 m dall'asse e situato più in alto rispetto al primo di 4 m, la pressione vale 93,75 bar.

$\Omega = 200$ rpm $= 200 \frac{2\pi}{60} = 20.94 \frac{\text{rad}}{s}$

$r_1 = 2$ m $\rightarrow P_1 = 10$ bar

$r_2 = 6$ m , $z_2 - z_1 = 4$ m

$$dp = \rho \omega^2 r \, dr - \rho g \, dz$$

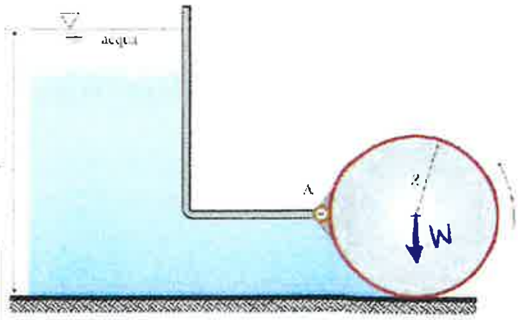
$$P_2 - P_1 = \rho \frac{\omega^2}{2} (r_2^2 - r_1^2) - \rho g (z_2 - z_1)$$

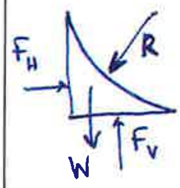
$$P_2 = 10^6 + 1200 \frac{20.94^2}{2} (32) - 1200 \cdot 9.81 \cdot 4 = 93.75 \times 10^5 \text{ Pa} = 93.75 \text{ bar}$$

Compito di Meccanica dei Fluidi, 9 aprile 2024 **Fila D**

1 foglio aiuti ammesso

Es. 1. Una paratoia cilindrica di raggio R = 35 cm e profondità unitaria è incernierata in A e si apre quando il livello dell'acqua nel serbatoio è pari a h_{acqua} = 3 m. Determinare il modulo, il verso e la retta d'azione della spinta esercitata dall'acqua in condizioni limite di apertura, e il peso della paratoia cilindrica.





$R_x = F_H$, $R_y = F_V - W_{H_2O}$ (R_x, R_y) reazione

$R_x = \gamma(3 - \frac{0.35}{2}) R w = 9700$ N

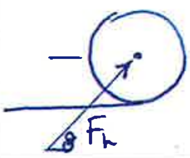
$F_V = \gamma \cdot 3 \cdot R w = 10300$ N

$W_{H_2O} = (R^2 - \frac{\pi R^2}{4}) w \gamma = 258$ N

$R_y = 10042$ N

$F_h = (10042^2 + 9700^2)^{1/2} = 13962$ N

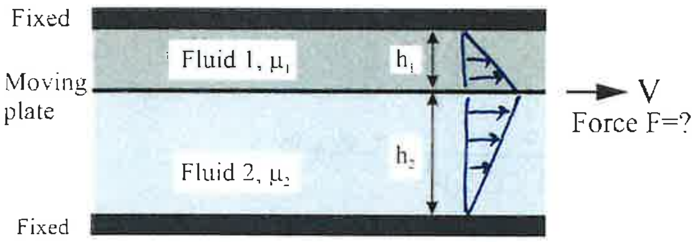
$\vartheta = \text{atan} \frac{10042}{9700} = 46°$



Bilancio momenti:

$W R = F_h (R \sin\vartheta)$

$W = F_h \sin\vartheta = 10042$ N

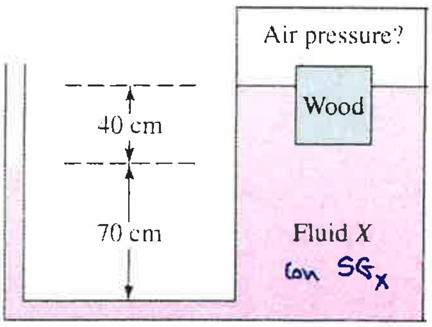


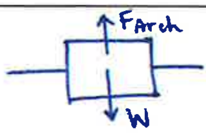
$F = \tau_1 A + \tau_2 A = \left[\mu_1 \frac{V}{h_1} + \mu_2 \frac{V}{h_2}\right] A$

$\rightarrow F = \left(\frac{\mu_1}{h_1} + \frac{\mu_2}{h_2}\right) V A$

Es. 2. Una sottile lastra piana si trova in un canale e separa due fluidi diversi, con viscosità dinamiche μ_1 e μ_2. L'area di contatto tra ciascuno dei due fluidi e la lastra è A. Si ipotizzi che le distribuzioni di velocità siano lineari in ambedue le porzioni del canale e si trovi il modulo della forza F che bisogna esercitare sulla lastra affinché si sposti sul suo piano a velocità costante V.

Es. 3. Un blocco omogeneo di legno (SG = 0.60) galleggia in un liquido sconosciuto in modo che il 75% del suo volume è immerso. Calcolare la pressione di vuoto dell'aria nel recipiente.





All'equilibrio $W = F_{Arch}$

$SG \, \gamma_{H_2O} \, V_{blocco} = SG_X \, \gamma_{H_2O} \, (0.75 \, V_{blocco})$

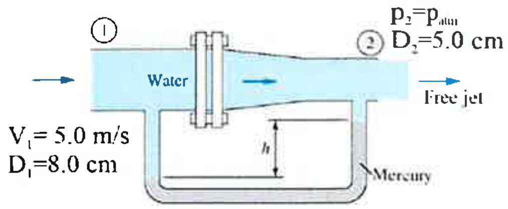
$\rightarrow SG_X = \frac{SG}{0.75} = \frac{0.60}{0.75} = 0,80$

$P_{atm} + \gamma_X \cdot 0.70 = P_{AIR} + \gamma_X \cdot 1.1$

$P_{vuoto\ aria} = P_{atm} - P_{AIR} = \gamma_X \cdot 0.4 = 0,80 \times 9810 \times 0,4 =$

$= 3140$ Pa

Es. 4. Un convergente è imbullonato ad un condotto orizzontale di diametro interno pari a D_1 = 8 cm nel quale scorre acqua che viene poi immessa in atmosfera in corrispondenza della sezione 2. La lettura del manometro differenziale a mercurio (SG_{Hg} = 13.6) è h = 58 cm. Calcolare la forza orizzontale esercitata dai bulloni della flangia per mantenere in posizione il convergente, indicandone chiaramente modulo e verso.

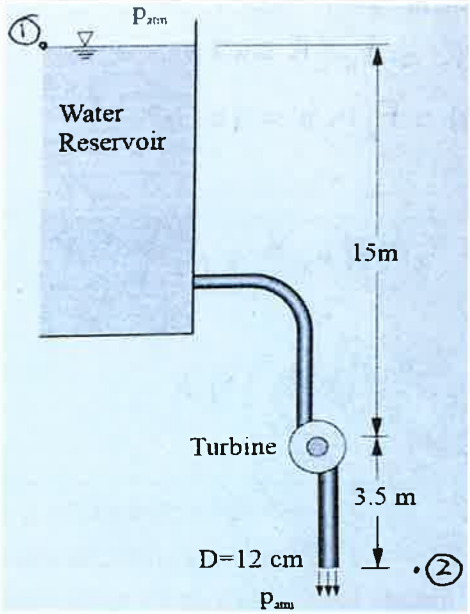


$p_1 + \rho g(h+\Delta) = p_2 + \rho g \Delta + \rho_{Hg} g h \rightarrow p_1 - p_2 = p_{1\,gage} = (\rho_{Hg} - \rho) g h = 12.6 \times 1000 \times 9.81 \times 0.58 = 71691$ Pa

$\dot m = \rho V_1 A_1 = 1000 \cdot 5 \cdot \frac{\pi\, 0.08^2}{4} = 25.13$ kg/s $\qquad \dot m_2 = \rho V_2 A_2 \rightarrow V_2 = \frac{25.13 \cdot 4}{1000 \cdot \pi \cdot 0.05^2} = 12.8 \frac{m}{s}$

Assumo la forza orizzontale sui bulloni verso sinistra: F_{Rx} ←

$\Rightarrow -F_{Rx} + p_{1gage} A_1 = \dot m (V_2 - V_1) \Rightarrow \boxed{F_{Rx} = 164.3 \text{ N}}$



Es. 5. Dell'acqua scorre con portata di 40 kg/s da un grande serbatoio ad una piccola turbina idroelettrica. Sotto la turbina, l'acqua viene scaricata in atmosfera tramite un condotto di diametro interno D = 12 cm. La perdita di carico totale del sistema è pari a h_L = 2.4 m. Se la turbina ha un rendimento del 78%, quanto sarà la potenza disponibile all'albero?

$h_{turbina} = (z_1 - z_2) - \frac{V_2^2}{2g} - h_L \qquad p_1 = p_2 = p_{atm}, \; V_1 \simeq 0$

$\dot m = \rho A_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{40}{998 \cdot \frac{\pi \cdot 0.12^2}{4}} = 3.544 \frac{m}{s}$

$\Rightarrow h_t = 18.5 - \frac{3.544^2}{2 \cdot 9.81} - 2.4 = \boxed{15.46 \text{ m}}$

$\boxed{\dot W_{shaft} = \eta \gamma \dot V h_t = 0.78 \cdot 40 \cdot 9.81 \cdot 15.46 = 4.732 \text{ kW}}$

Es. 6. L'equazione della traiettoria di una particella fluida è $x = x(t) = a\,t^2 + b\,t$; $y = y(t) = a\,t + b/2$, con *a* e *b* due costanti. Si calcolino velocità ed accelerazione in coordinate lagrangiane ed euleriane. Il moto è stazionario? Comprimibile o incomprimibile? Quanto vale la vorticità? Si dimostri che il teorema di Stokes è valido, integrando la velocità lungo un percorso chiuso, quadrato, di lato *l*.

$x = at^2 + bt \qquad \dot x = 2at + b \qquad \ddot x = 2a$ ← Lagrangiano

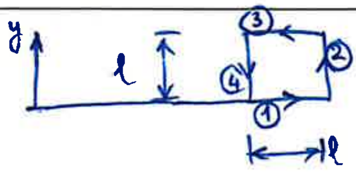
$y = at + \frac{b}{2} \qquad \dot y = a \qquad \ddot y = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} u = 2y \\ v = a \end{cases}, \quad a_x = \frac{Du}{Dt} = v \frac{\partial u}{\partial y} = 2a, \quad a_y = \frac{Dv}{Dt} = 0$ ← Euleriano, moto stazionario perché $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = 0$

Moto incomprimibile perché $\vec\nabla \cdot \vec V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$; vort. lungo z: $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = -2$

Stokes: $\Gamma = \underbrace{\oint \vec V \cdot d\vec l}_{-2l^2} = \int \vec\zeta \cdot \vec n \, dA = \zeta A = -2(l^2)$

Assumo che il lato 1 sia in y=0



$\oint \vec V \cdot d\vec l = u_1 l + v_2 l - u_3 l - v_4 l = 0 \cdot l + \cancel{al} - 2ll - \cancel{al} = -2l^2$ TEOREMA STOKES VERIFICATO